Classification des particules subatomiques

Table des matières

1 Particules élémentaires matérielles :

Ce sont les particules qui, dans la limite de nos moyens expérimentaux actuels, sont observées comme étant ponctuelles ; c'est-à-dire dépourvues d'une sous-structure à une échelle de résolution spatiale de l'ordre de 10^{-4} fm . De la même manière que les musiques les plus raffinées peuvent être composées à partir de quelques types de notes seulement, toutes les formes de matière connues dans notre univers sont les produits de l'assemblage de ces quelques constituants élémentaires .

Les particules élémentaires de matière possèdent toutes un spin 1/2 et une masse , même si celle-ci est encore mal mesurée pour ce qui concerne les neutrinos (le phénomène des oscillations de neutrinos prouve cependant que ces particules sont massives). On peut également les rencontrer classées sous la dénomination << fermions fondamentaux>> . Il en existe de deux types : les leptons et les quarks .

1.1 Leptons :

Les leptons regroupent tous les fermions fondamentaux qui sont insensibles à l'interaction forte .

électron	**muon**	**tau**
e^-	μ^-	τ^-
m_e = 0,511 MeV	m_μ = 105,7 MeV	m_τ = 1777 MeV
neutrino électronique	**neutrino muonique**	**neutrino tau**
ν_e	ν_μ	ν_τ
$0 < m_\nu < 2{,}5$ eV	$0 < m_\nu < 170$ keV	$0 < m_\nu < 18$ MeV

L'électron, le muon et le tau portent une charge électrique négative de même valeur absolue : $|q_e|$. Les neutrinos sont électriquement neutres. De ce fait ils ne sont pas sensibles aux interactions électromagnétiques.

Chacune de ces trois familles possède un nombre quantique additif qui se conserve au premier ordre (la seule exception connue se rencontre dans le phénomène des oscillations de neutrinos) dans toutes les interactions connues :

- nombre leptonique électronique L_e : $L_e(e^-) = L_e(\nu_e) = -L_e(e^+) = -L_e(\bar{\nu}_e) = 1$; 0 pour tous les autres fermions ;
- nombre leptonique muonique L_μ : $L_\mu(\mu^-) = L_\mu(\nu_\mu) = -L_\mu(\mu^+) = -L_\mu(\bar{\nu}_\mu) = 1$; 0 pour tous les autres fermions ;
- nombre leptonique taunique L_τ : $L_\tau(\tau^-) = L_\tau(\nu_\tau) = -L_\tau(\tau^+) = -L_\tau(\bar{\nu}_\tau) = 1$; 0 pour tous les autres fermions ;
- toute réaction doit alors simultanément respecter les trois relations suivantes : $\sum_i L_e^i = \sum_f L_e^f$, $\sum_i L_\mu^i = \sum_f L_\mu^f$, $\sum_i L_\tau^i = \sum_f L_\tau^f$, dans lesquelles l'indice *i* court sur les leptons de la voie d'entrée et *f* sur ceux de la voie de sortie

1.2 Quarks :

Les quarks regroupent les fermions fondamentaux qui portent des charges électriques fractionnaires.

Ils sont sensibles à toutes les interactions , et en particulier à l'interaction forte. Il existe six espèces de quarks qui se différencient par une propriété que l'on nomme la saveur .

	quark up (I_3 = 1/2)	**quark charmé (C = 1)**	**quark top (T = 1)**
$q=\frac{2}{3}\lvert q_e\rvert$	u	c	t
	1,5 MeV < m_u < 4,5 MeV	1 GeV < m_d < 1,4 GeV	m_t = 174,3 +/- 4 GeV
	quark down (I_3 = - 1/2)	**quark étrange (S= -1)**	**quark beau (B = -1)**
$q=-\frac{1}{3}\lvert q_e\rvert$	d	s	b
	5 MeV < m_d < 8,5 MeV	80 MeV < m_s < 155 MeV	4 GeV < m_b < 5 GeV

À l'exception du quark t, aucun quark n'a jamais été observé individuellement. De ce fait , il n'existe pas de définition non-ambiguë de la masse des quarks. Les valeurs qui sont indiquées dans la table ci-dessus correspondent aux estimations des masses de courants ; c'est-à-dire les masses qui apparaissent dans les termes de fermions libres (particules de Dirac libres) du lagrangien de QCD. On rencontre également la notion de masse d'un quark constituant : il s'agit là de la masse d'un quark se trouvant lié dans un hadron (un état lié de plusieurs quarks) dans lequel on ignore la présence des gluons et des quarks virtuels participant aux interactions. La différence entre ces deux valeurs de masses s'estompe pour les quarks les plus lourds. Elle s'annule pour le quark t, car du fait qu'il possède une masse très supérieure à celle du boson W (80,4 GeV), il se désintègre librement en une paire W b avant d'avoir eu le temps de <<s'hadroniser>> (se transformer en hadrons).

En outre, les quarks portent des nombres quantiques additifs qui sont conservés dans les processus électromagnétiques et forts. Les quarks up et down forment un doublet d'isospin fort (I = 1/2) . À chacun des autres quarks on associe un nouveau nombre quantique qui vaut + ou - 1 : + pour les quarks du haut, - pour ceux du bas. Ce sont l'étrangeté S, le charme C , la beauté B et la <<sommitalité>> T .

2 Particules composites , les hadrons :

Par définition les particules composites sont assemblées à partir des fermions élémentaires présentés dans le premier chapitre. Bien qu'il existe des états liés instables (de durées de vie très courtes) de paires de leptons chargés (positonium : e^+e^-), l'usage fait qu'ils ne sont pas répertoriés dans la catégorie des particules composites ; car ils ne sont pratiquement jamais rencontrés dans les processus de diffusion corpusculaires. Les neutrinos ne participent à aucun état lié ; c'est une propriété constatée de l'interaction faible dont ils sont les représentants les plus purs.

Les particules composites se réduisent donc à celles que l'on peut bâtir à partir de quarks. Ce sont les hadrons : systèmes de plusieurs quarks liés par l'interaction forte. La chromo-dynamique quantique (CDQ ou QCD en anglais, théorie fondamentale de l'interaction forte) prédit qu'il n'existe que deux types de hadrons observables à notre échelle d'énergie : les baryons formés de trois quarks (états $q_1\, q_2\, q_3$) , et les mésons qui comptent un quark et un antiquark (états $q_1\, \bar{q}_2$).

2.1 Mésons :

Rappels sur la théorie de l'isospin fort des nucléons :

Le neutron et le proton exhibent dans leurs interactions fortes des propriétés suffisamment voisines pour que l'on puisse les assimiler à des particules identiques au premier ordre. Ainsi dans un noyau, un neutron peut être transformé en un proton et vice versa sans que cela ne change la masse ou le niveau d'énergie du noyau obtenu, au premier ordre. Ceci se modélise en considérant que le neutron et le proton sont des états dégénérés (projections sur le troisième axe) d'un même objet appelé nucléon qui possède un isospin (spin défini dans un nouvel espace euclidien : l'iso-espace) 1/2 :

$$\mathrm{N(nucléon)} \quad I=1/2 \;\; , \; |\mathrm{p}> \; = \; |I=1/2\,,\; I_3=1/2 \; > \; = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} , \; |\,\mathrm{n}> \; = \; |I=1/2\,,\; I_3=-1/2> \; = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} .$$

La symétrie d'isospin correspond à un invariance du système en interaction forte sous une opération du groupe SU(2) : matrices unitaires et uni-modulaires (det U = 1) de dimensions 2, ou encore par rotation dans l'iso-espace.

On constate également que $Q(\text{charge électrique}) = I_3 + \frac{N_B}{2}$, avec $N_B(\text{nombre baryonique}) = 1$.

Exercice 1 :

En appliquant la théorie de l'isospin fort, calculer le rapport des sections efficaces des réactions suivantes : $pp \rightarrow \pi^+ d$; $np \rightarrow \pi^0 d$, sachant que le deuton (*d*) possède un isospin nul et que les pions (π) se classent dans un triplet d'isopin (I = 1). Réponse : $\dfrac{\sigma(pp \rightarrow \pi^+ d)}{\sigma(np \rightarrow \pi^0 d)} = 2$

Les pions :

Ce sont les mésons fondamentaux formés à partir des deux quarks u et d. Ce sont également les principaux vecteurs de l'interaction nucléaire qui s'exerce entre les nucléons.

À l'image du neutron et du proton, les quarks u et d forment un doublet (I = 1/2) d'isospin fort. En liant deux objets de spins 1/2 dans un état de moment orbital relatif L = 0 (état fondamental), on peut construire deux systèmes de spin total S = 1 et 0 :

$$|S=1\,,\; S_3=1\;>\;=\;|s=\frac{1}{2}, s_3=\frac{1}{2}\;;\; s'=\frac{1}{2}, s'_3=\frac{1}{2}>$$

$$|S=1\,,\; S_3=0\;>\;=\;\frac{1}{\sqrt{2}}(|s=\frac{1}{2}, s_3=\frac{1}{2}\;;\; s'=\frac{1}{2}, s'_3=-\frac{1}{2}> \;+\; |s=\frac{1}{2}, s_3=-\frac{1}{2}\;;\; s'=\frac{1}{2}, s'_3=\frac{1}{2}>)$$

$$|S=1\,,\; S_3=-1\;>\;=\;|s=\frac{1}{2}, s_3=-\frac{1}{2}\;;\; s'=\frac{1}{2}, s'_3=-\frac{1}{2}>$$

$$|S=0\,,\; S_3=0\;>\frac{1}{\sqrt{2}}(|s=\frac{1}{2}, s_3=\frac{1}{2}\;;\; s'=\frac{1}{2}, s'_3=-\frac{1}{2}> \;-\; |s=\frac{1}{2}, s_3=-\frac{1}{2}\;;\; s'=\frac{1}{2}, s'_3=\frac{1}{2}>)$$

Les pions (états fondamentaux) portent des spins nuls (S = S_3 = 0) , ce sont donc des particules qui possèdent un moment cinétique total ($\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$) nul.

D'une manière similaire, un système formé à partir de deux objets d'isopin 1/2 possède un isospin résultant qui peut prendre la valeur 1 ou 0 . Cependant, le doublet d'anti-quarks $\bar{u}$ et $\bar{d}$ doit subir une modification par rapport à son homologue $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$ pour conserver la relation $Q = I_3 + \frac{N_B}{2}$, tout en utilisant la même représentation des matrices du groupe SU(2) . N_B est le nombre baryonique ; $N_B = \frac{1}{3}(N_q - N_{\bar{q}})$ où N_q et $N_{\bar{q}}$ sont les nombres de quarks et d'anti-quarks (de tous types confondus) contenus dans le système considéré.

$$\begin{pmatrix} u' \\ d' \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \text{ dans laquelle } U = \exp(-\frac{i}{2}\vec{\theta}\cdot\vec{\tau}) = \cos(\frac{\theta}{2}) - i\sin(\frac{\theta}{2})\vec{\tau}\cdot\frac{\vec{\theta}}{\theta} \ ,$$

$$\text{avec , } \tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},\ \tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix},\ \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \text{ (matrices de Pauli) .}$$

En appliquant l'opérateur de conjugaison de charge, on obtient :

$$\begin{pmatrix} \bar{u}' \\ \bar{d}' \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} \bar{u} \\ \bar{d} \end{pmatrix}$$

On aimerait cependant réordonner ce doublet de telle manière à satisfaire $Q = I_3 + \frac{N_B}{2}$ on prenant soin de placer la projection d'isopin 1/2 au-dessus ; c'est-à-dire :

$$\begin{pmatrix} \bar{u} \\ \bar{d} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \bar{d} \\ \bar{u} \end{pmatrix}.$$

On doit cependant prendre garde à conserver les mêmes représentations des matrices SU(2). En considérant la transformation particulière ayant pour vecteur de paramètres $\vec{\theta} = (0\ ,\ \pi\ ,\ 0\ )$, on peut montrer qu'on doit introduire un signe négatif devant $\bar{d}$ pour retrouver la relation de transformation après conjugaison de charge. Le doublet de SU(2) d'anti-quarks $\bar{u}$ et $\bar{d}$ s'écrit finalement :

$$\begin{pmatrix} -\bar{d} \\ \bar{u} \end{pmatrix} \text{ qu'il faut lire } \begin{pmatrix} -|\bar{d}> \\ |\bar{u}> \end{pmatrix}.$$

En remplaçant, dans l'expression des états de spin total (S=1 et S=0) donnés ci-dessus, $|s=1/2\ ,\ s_3=1/2\ >$ par $|u>$ pour un quark et $-|\bar{d}>$ pour un antiquark, ainsi que $|s=1/2\ ,\ s_3=-1/2\ >$ par $|d>$ pour un quark et $|\bar{u}>$ pour un antiquark , on obtient les états d'isospin total suivants :

$$|I=1\ ,\ I_3=1\ > = -|u\ ;\ \bar{d}> = |\pi^+>$$

$$|I=1\ ,\ I_3=0\ \ > = \frac{1}{\sqrt{2}}(|u\ ;\ \bar{u}> - \ |d\ ;\ \bar{d}>) = |\pi^0>$$

$$|I=1\ ,\ I_3=-1\ \ > = |d\ ;\ \bar{u}> = |\pi^->$$

$$|I=0\ ,\ I_3=0\ \ > \frac{1}{\sqrt{2}}(|u\ ;\ \bar{u}> \ + \ |d\ ;\ \bar{d}>)$$

Les pions existent dans trois états de charge $\pm|q_e|$ et 0 . Par conséquent, ils se rangent dans le triplet d'isospin I=1 . Leurs masses varient de 139,57 MeV pour les pions chargés à 134,97 MeV pour le π^0 . Si l'on tient compte d'une contribution électromagnétique, on constate que la symétrie d'isospin est exacte à quelques pour cent près.

Les mésons fondamentaux du groupe SU(3) de la saveur :

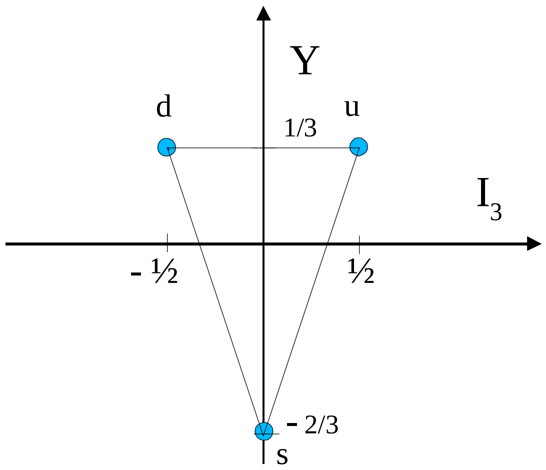
La symétrie d'isopin (SU(2) de deux saveurs : u et d), qui est approximativement respectée dans les systèmes formés à partir des quarks u et d, peut être étendue d'une dimension afin d'inclure le quark étrange s. Ainsi les vecteurs d'états des systèmes formés de quarks u, d et s sont les vecteurs de base des espaces associés aux représentations irréductibles du groupe SU(3) : par abus de langage, on dit que les multiplets de hadrons (formés de quarks u, d et s) se classent dans des représentations du groupe SU(3). SU(3) est le groupe des matrices unitaires et uni-modulaires à trois dimensions (N=3). Les trois dimensions représentent ici les trois saveurs : u, d et s. On postule que les hadrons composés de quarks choisis parmi u, d et s seraient symétriques sous une transformation du type :

$$\begin{pmatrix} u' \\ d' \\ s' \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix} \text{ dans laquelle } U = \exp\left(-\frac{i}{2}\vec{\lambda}\cdot\vec{a}\right) ,$$

où $\lambda_i \, (i = 1...8)$ sont les 8 générateurs du groupe SU(3) (nbre de générateurs = $N^2 - 1$) et $\vec{a}$ est le vecteur (de dimension 8) des paramètres de la transformation. Pour la représentation fondamentale à trois dimensions, les huit λ_i sont les matrices de Gell-Mann . En partant d'un hadron comportant au maximun trois saveurs, et en lui appliquant une transformation U , on doit aboutir à un autre hadron possédant des propriétés comparables (même masse , mêmes moments cinétiques, même spin) ou sur une combinaison linéaire des hadrons de base du même multiplet.
Le rang d'un groupe de Lie est égal aux nombres de générateurs commutant mutuellement . SU(2) est de rang un (I3 est le seul générateur commutant mutuellement), alors que SU(3) est de rang deux. SU(3) possède donc deux générateurs commutant mutuellement parmi 8. On peut les choisir comme étant : la troisième composante de l'isospin, ou encore $I_{3,}$ et l'hypercharge forte Y ; définie par la relation $Y=N_B+S$, où N_B est le nombre baryonique et S est l'étrangeté (S=-1 pour un quark s et 1 pour un antiquark s). La charge électrique d'un hadron est reliée à ces deux nombres quantiques par la relation de Gell-Mann et Nishijima :

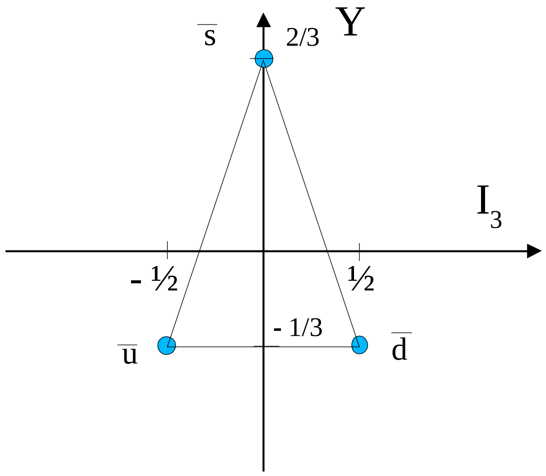
$$Q = I_3 + \frac{Y}{2} .$$

Ainsi I_3 et Y sont deux constantes du mouvement qui peuvent être utilisées pour étiqueter les vecteurs d'états des hadrons à trois saveurs. Les multiplets de SU(3) (ensembles des vecteurs d'états formant les bases des sous-espaces associés aux représentations irréductibles de SU(3)) peuvent être représentés par des diagrammes à deux dimensions dont les axes portent les nombres quantiques I_3 et Y. Les trois quarks u, d et s se rangent dans un triplet qui est associé à la représentation fondamentale de dimension 3 de SU(3) : par abus de langage on dit qu'ils forment la représentation fondamentale de dimension 3 de SU(3).



triplet de quarks u, d et s

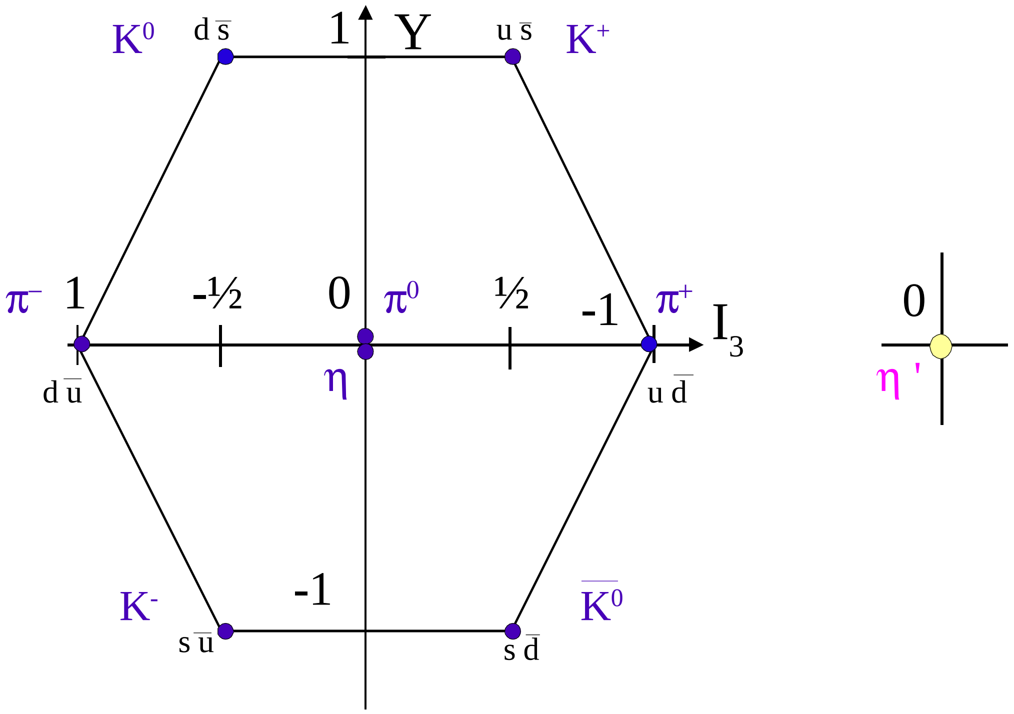
Les trois antiquarks : $\bar{u}$, $\bar{d}$ et $\bar{s}$ se rangent également dans un triplet associé à la représentation fondamentale de SU(3) , mais celui-ci est défini dans l'espace des trois antisaveurs . La représentation correspondante est notée $\bar{3}$. Le diagramme qui lui correspond est le suivant :



triplet d'antiquarks

Les mésons (systèmes $q\,\bar{q}$) assemblés à partir des quarks u, d et s , s'obtiennent en combinant, selon leur produit tensoriel, les représentations 3 et $\bar{3}$ de SU(3) . L'espace associé est le produit tensoriel des deux espaces à trois dimensions, de saveurs (premier quark) et d'antisaveurs (deuxième quark). C'est un espace à neuf dimensions ; selon les neuf combinaisons possibles de quarks et d'antiquarks. Le produit tensoriel $3 \otimes \bar{3}$ se décompose en une somme de représentations irréductibles (dont la somme des dimensions est égale à 9) : $3 \otimes \bar{3} = 8 \oplus 1$, c'est-à-dire la représentation irréductible de dimension 8, ainsi que la représentation triviale de dimension 1. Il existe donc neuf mésons fondamentaux qui se rangent selon un octet et un singlet de SU(3) .

Le diagramme résultant, que l'on peut obtenir en superposant sur chacun des sommets du diagramme de la représentation 3, le triangle de la représentation $\bar{3}$, est le suivant:



mésons pseudo-scalaires

L'octet est composé de 3 multiplets et d'un singlet d'isospin :

un doublet de kaons $\begin{pmatrix} K^+ \\ K^0 \end{pmatrix}$, un doublet d'antikaons $\begin{pmatrix} -\bar{K}^0 \\ K^- \end{pmatrix}$, un triplet de pions $\begin{pmatrix} \pi^+ \\ \pi^0 \\ \pi^- \end{pmatrix}$ et un singlet correspondant au méson η . Les masses des kaons sont : $m_{K^\pm} = 493{,}7$ MeV , $m_{K^0} = m_{\bar{K}^0} = 497{,}7$ MeV . On constate à nouveau que la symétrie d'isospin est approximativement respectée. En revanche, la symétrie SU(3) est brisée car les masses des kaons différent notablement de celles des pions. Ceci était attendu car les masses des quarks u, d et s différent. Les états de saveurs des kaons et des pions chargés sont donnés sur le diagramme ci-dessus. L'état de saveurs du pion neutre a déjà été exposé dans le paragraphe précédent ; il s'agit de :

$$|\pi^0> = \frac{1}{\sqrt{2}}(|u\ ;\ \bar{u}> - |d\ ;\ \bar{d}>)$$

Quant aux états de saveurs des deux mésons isoscalaires η et η', ceux-ci peuvent être obtenus en prenant une partie commune d'isospin nul et en construisant deux états orthogonaux à l'aide de $|s\,;\bar{s}>$. On obtient alors :

$$|\eta> = \frac{1}{\sqrt{6}}(|u\,;\bar{u}>+|d\,;\bar{d}>-2\,|s\,;\bar{s}>),\ |\eta'> = \frac{1}{\sqrt{3}}(|u\,;\bar{u}>+|d\,;\bar{d}>+|s\,;\bar{s}>),$$

avec $m_\eta = 547{,}3$ MeV , $m_{\eta'} = 957{,}7$ MeV .

Les neuf mésons fondamentaux que nous venons de décrire possèdent tous un moment orbital relatif et un spin total nuls. Autrement dit, leur moment cinétique total est nul. En notation spectroscopique (${}^{2S+1}L_J$), ce sont tous des états ${}^1S_0$. À l'aide des mêmes états de saveurs, on peut construire d'autres nonets de mésons possédant des états de spin et de moments orbitaux plus élevés : c'est-à-dire des états ${}^3S_1$, ${}^1P_1$,

$^3P_0$, $^3P_1$, $^3P_2$ ... Le tableau qui suit résume les noms et les propriétés des mésons qui appartiennent aux deux premiers nonets.

$^{2S+1}L_J$	*I=1*	*I=1/2*	*I=0*
$^1S_0$	π	K	η , η'
$^3S_1$	ρ	K^*	ω , ϕ

On constate expérimentalement (et du fait de la brisure de la symétrie SU(3)) que les mésons ω , ϕ , qui portent les mêmes nombres quantiques, sont des mélanges des états de saveurs qui ont été utilisés pour décrire les mésons η et η' ; de sorte qu'on obtient :

$$|\omega> \simeq \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|u;\bar{u}>+|d;\bar{d}>\right) \ , \ |\phi> \simeq |s;\bar{s}>.$$

$$\text{avec } m_\rho = 771{,}1 \text{ MeV} \ , \ m_{K^{*\pm}} = 891{,}7 \text{ MeV} \ , \ m_{K^{*0}} = 896{,}1 \text{ MeV}$$

$$m_\omega = 782{,}6 \text{ MeV et } m_\phi = 1019{,}4 \text{ MeV}$$

2.2 Baryons du groupe SU(3) :

Les baryons de ce type sont composés de trois quarks choisis parmi u, d et s . Ils se classent dans des multiplets de saveurs issus de la décomposition en représentations irréductibles du triple produit tensoriel de la représentation fondamentale du groupe SU(3) :

$3 \otimes 3 \otimes 3 = 10(S) \oplus 8(M_S) \oplus 8(M_A) \oplus 1(A)$ (1 décuplet , 2 octets et un singlet),

où S (symétrique) , A (antisymétrique) , M_A (mixte mais antisymétrique dans l'échange des deux premiers quarks) , M_S (mixte mais symétrique dans l'échange des deux premiers quarks) indiquent les propriétés de symétrie dans l'échange de quarks des vecteurs d'états correspondants .

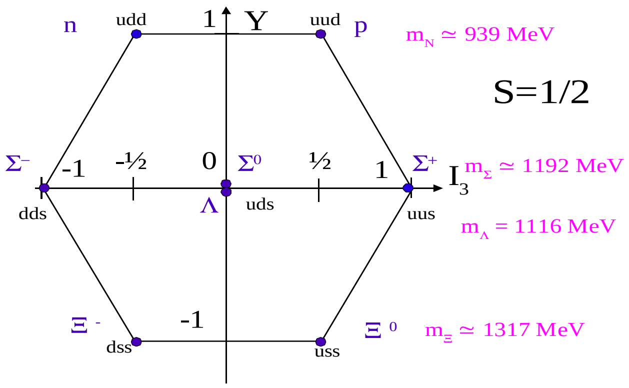
En ce qui concerne les moments cinétiques, et si on admet que les baryons fondamentaux portent naturellement un moment orbital total nul, leurs états propres sont ceux qui correspondent à la somme des trois spins 1/2. Ils se rangent dans les multiplets suivants :

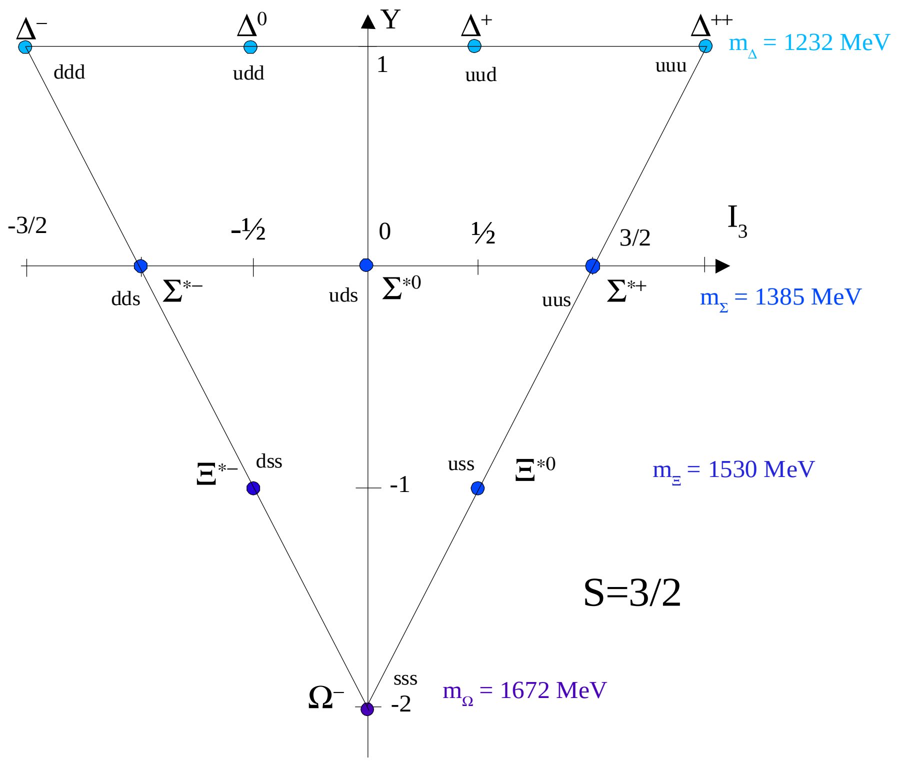
$2 \otimes 2 \otimes 2 = 4(S) \oplus 2(M_S) \oplus 2(M_A)$ (1 quadruplet de spin total 3/2 et deux doublets de spin total 1/2) .

Tous les états fondamentaux des baryons sont symétriques dans l'échange de deux quarks (nous verrons plus loin la justification de ce fait). Cela a pour conséquence qu'il n'existe que deux combinaisons possibles :

- (10(S) , 4(S)) : un décuplet de saveurs possédant un spin total 3/2
- ($8(M_S)$, $2(M_S)$) + ($8(M_A)$, $2(M_A)$) = (8 , 2) (S) : un octet de saveurs portant un spin total 1/2

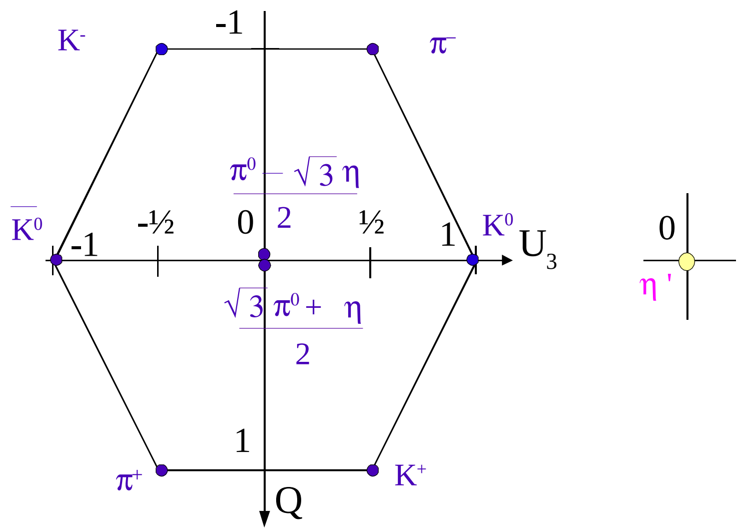
Les diagrammes dans le plan (Y , I_3) des deux multiplets correspondants sont donnés ci-dessous :

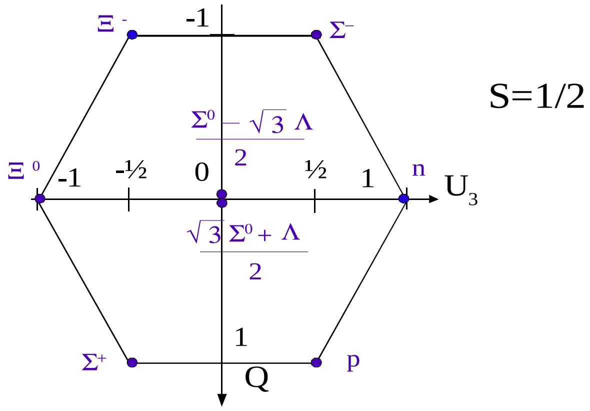


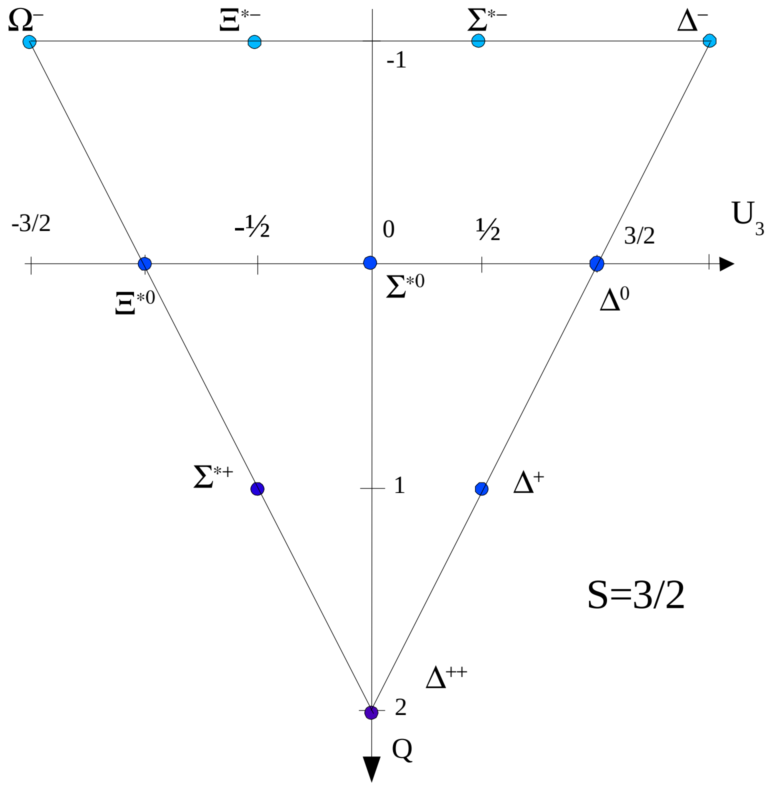


2.3 Spin U :

Il existe la possibilité de construire une deuxième symétrie de type SU(2), dénommée spin U, que l'on peut utiliser en lieu et place de l'isospin. Le plan (Y,I_3) devient alors (Q,U_3). Les hadrons se classent dans des diagrammes qui se déduisent de ceux que nous avons vus auparavant par une simple rotation de $2\pi/3$. Les états propres des octets correspondant à $U_3 = 0$ diffèrent des états propres pour lesquels $I_3 = 0$, car I^2 et U^2 ne commutent pas ; les uns se déduisent des autres par une rotation de $2\pi/3$. Les multiplets de spin U regroupent des états de charge identique mais d'hypercharge variable.







Le photon est un état de spin U nul . Ainsi, si la symétrie SU(3) était exacte, ceci aurait pour conséquence que la symétrie de spin U serait respectée. La décroissance $\Sigma^{*+} \rightarrow \Sigma^{+} \gamma$ serait ainsi autorisée alors que la désintégration $\Sigma^{*-} \rightarrow \Sigma^{-} \gamma$ serait interdite. De même, on peut utiliser le formalisme du spin U pour prédire des rapports de sections efficaces de réactions entre hadrons . On s'attend en effet à ce que les sections efficaces des processus : $\pi^{-} p \rightarrow K^{+} \Sigma^{*-}$, $\pi^{-} p \rightarrow \pi^{+} \Delta^{-}$, $K^{-} p \rightarrow K^{+} \Xi^{*-}$, $K^{-} p \rightarrow \pi^{+} \Sigma^{*-}$ soient dans le rapport 1/3/1/1 . Ceci est vérifié expérimentalement à 20% près .

Exercice 2 :

En utilisant la symétrie de spin U, montrer que les sections efficaces des processus listés ci-dessus sont dans le rapport 1/3/1/1 .

2.4 La couleur :

Les baryons Ω^-, Δ^{++} sont composés de quarks de même nature (sss, uuu), possèdent un moment orbital total nul et portent trois projections de spin identiques : 1/2 . Leurs fonctions d'onde sont symétriques ; cela viole le principe d'exclusion de Pauli. C'est l'existence d'un nombre quantique (ou d'une charge) supplémentaire - que l'on nomme métaphoriquement la couleur - qui permet de lever cette contradiction. L'état propre de couleur d'un quark est un vecteur d'un nouvel espace de Hilbert à trois dimensions, pour les trois couleurs fondamentales rouge (r), vert (v), bleu (b):

$$|\Psi_{couleur}> = c_r|r> + c_v|v> + c_b|b> \text{ où } |r>, |v>, |b> \text{ sont les vecteurs propres de couleur.}$$

Pour un état composé de 3 quarks, on peut construire un vecteur d'état de couleur entièrement antisymétrique en calculant le déterminant de Slater suivant :

$$\begin{aligned}\Psi^A_{couleur} &= \sqrt{\frac{1}{6}}\begin{vmatrix} |r^1> & |v^1> & |b^1> \\ |r^2> & |v^2> & |b^2> \\ |r^3> & |v^3> & |b^3> \end{vmatrix} \\ &= \sqrt{\frac{1}{6}}(\, |r^1>|v^2>|b^3> - |r^1>|b^2>|v^3> \\ &\quad + |b^1>|r^2>|v^3> - |b^1>|v^2>|r^3> \\ &\quad + |v^1>|b^2>|r^3> - |v^1>|r^2>|b^3>\,)\end{aligned}$$

Si de plus on impose que les états hadroniques soient invariants sous toute transformation du groupe $SU(3)_c$ de la couleur, c'est-à-dire sous toute transformation du type (voir paragraphe sur le groupe SU(3) de la saveur) :

$$\begin{pmatrix} c'_r \\ c'_v \\ c'_b \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} c_r \\ c_v \\ c_b \end{pmatrix} \text{ dans laquelle } U = \exp(-\frac{i}{2}\vec{\lambda}\cdot\vec{a}) \,,$$

on constate alors que les systèmes hadroniques possibles se restreignent aux mésons et aux hadrons. Ceci peut être vu en examinant les décompositions des produits tensoriels (associés aux systèmes composites) en représentations irréductibles. Les systèmes hadroniques invariants de couleur -scalaires de couleur - sont ceux qui contiennent la représentation triviale à une dimension :

q : 3
$\bar{q}$: $\bar{3}$
q $\bar{q}$: $3 \otimes \bar{3} = 1 \oplus 8$
qq : $3 \otimes 3 = 6 \oplus \bar{3}$
qq $\bar{q}$: $3 \otimes 3 \otimes \bar{3} = 3 \oplus 3 \oplus \bar{6} \oplus 15$
qqq : $3 \otimes 3 \otimes 3 = 1 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 10$
qqqq : $3 \otimes 3 \otimes 3 \otimes 3 = 3 \oplus 3 \oplus 3 \oplus \bar{6} \oplus \bar{6} \oplus 15 \oplus 15 \oplus 15 \oplus 15'$

La représentation triviale (1) n'est présente que dans les systèmes $q\bar{q}$ et qqq .

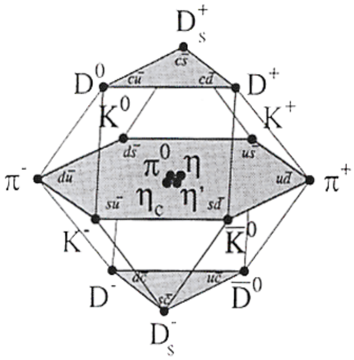
Les mésons, composés de quarks de natures différentes, ne sont pas assujettis au principe de Pauli. Ils portent néanmoins un vecteur d'état de couleur qui est le même pour tous les mésons :

$$\sqrt{\frac{1}{3}}\left(|r>|\bar{r}> + |v>|\bar{v}> + |b>|\bar{b}>\right)$$

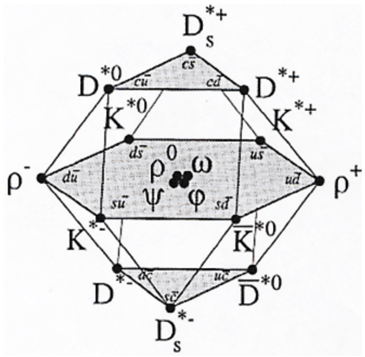
pour lequel : $|\bar{r}>, |\bar{v}>, |\bar{b}>$ représentent les vecteurs propres d'anticouleur d'un antiquark.

2.5 Hadrons du groupe SU(4) :

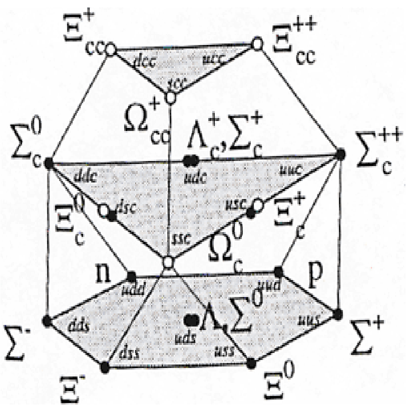
En étendant le modèle aux hadrons formés à partir de quatre quarks distincts : u, d, s, c (par ordre croissant de masse), on obtient une classification basée sur des multiplets du groupe SU(4) qui est de rang 3 et possède donc 3 générateurs commutant mutuellement. Ces multiplets peuvent se représenter sous la forme de diagrammes dans l'espace (I_3, C (charme), S (étrangeté)). Les hadrons de plus bas spins sont répertoriés dans les figures suivantes :



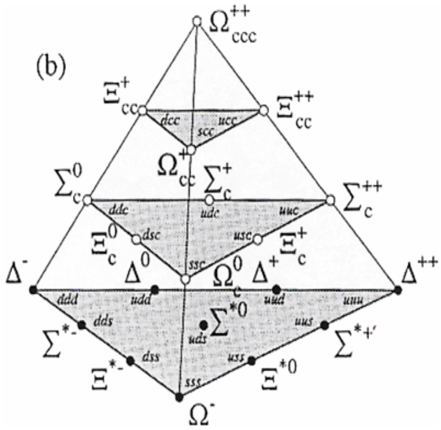
mésons de spin (moment cinétique total) 0



mésons de spin 1



baryons de spin 1/2



baryons de spin 3/2

Tous les mésons représentés dans les figures ci-dessus ont été observés expérimentalement. En revanche un grand nombre de baryons charmés non pas encore été découverts : cercles ouverts dans les diagrammes.

On pourrait discuter du cas le plus général SU(5) (le quark t étant de durée de vie trop courte, il se désintègre avant de s'être lié au sein d'un hadron) : u, d, s, c, b . Les multiplets de ce groupe possèdent 4 dimensions ou quatre bons nombres quantiques ; ce qui rend leur représentation graphique impossible.

3 Quelques propriétés des interactions fondamentales :

3.1 Les quatre interactions fondamentales :

Il existe quatre interactions fondamentales connues :

- la gravitation qui se manifeste par une modification ou des perturbations de la métrique de l'espace pouvant donner lieu à un échange de gravitons, particules de masse nulle et de spin 2 ;
- l'électromagnétisme qui est véhiculée par un boson de spin 1 et de masse nulle : le photon ;
- l'interaction faible nucléaire qui est de très courte portée et qui met en jeu des courants d'échange électriquement neutres et chargés , le tout véhiculé par deux bosons massifs :

  $$W^{\pm}\left(m_W = 80{,}4\ \text{GeV}\right),\ \ Z^0\left(m_Z = 91{,}2\ \text{GeV}\right)$$

  Cette interaction est responsable de l'instabilité béta des noyaux et des particules ainsi que de la production de l'énergie dans les étoiles comme le soleil : conversion d'hydrogène en hélium .
- l'interaction forte de couleur qui maintient les systèmes hadroniques confinés dans un petit espace de l'ordre du fm^3 . Elle est véhiculée par 8 bosons de masse nulle et de spin 1, doublement colorés, que l'on nomme les gluons.

3.2 Intensités relatives :

Gravitation

L'énergie potentielle d'interaction gravitationnelle d'un système de deux protons, séparés par une distance *r*, est donnée par :

$$V_G = G_N \frac{m_p^2}{r}$$

où G_N est la constante de Newton ,

$$G_N = 6{,}673\ 10^{-11}\ \text{m}^3\,\text{kg}^{-1}\,\text{s}^{-2} = 6{,}707\ \ 10^{-39}\ \text{GeV}^{-2}\ \left(\text{dans le systčme d'unités naturelles ,}\ \ \hbar = c = 1\ \right).$$

Si on calcule V_G pour r = 1 fm = 5 GeV^{-1} , afin d'estimer l'ordre de grandeur typique de l'énergie gravitationnelle au sein d'un noyau, on trouve V_G = 1,3 10^{-39} GeV . C'est une valeur minuscule qui explique pourquoi il n'est pas tenu compte de l'interaction gravitationnelle dans la physique subatomique à notre échelle d'énergie.

L'interaction gravitationnelle devient importante, voire même prépondérante, lorsque l'échelle de masse (ou d'énergie) des objets que l'on considère s'approche de la masse de Planck qui est définie comme étant :

$$M_P = \frac{1}{\sqrt{G_N}} = 1{,}2\ 10^{19}\ GeV$$

ou encore lorsque l'on travaille à des distances voisines de la longueur de Planck :

$$L_P = \frac{\hbar\ c}{M_P} = 1{,}6\ \ 10^{-33}\ \text{cm}$$

ou encore lorsque le temps est résolu avec une précision proche du temps de Planck :

$$t_P = \frac{\hbar}{M_P} = 5{,}5\ \ 10^{-44}\ \text{s}\ \ ,$$

qu'on peut également comprendre comme étant l'âge de l'univers, lorsque celui-ci était régi par la gravité quantique.

Électromagnétisme

L'énergie potentielle d'interaction électrostatique de deux protons, séparés par une distance *r*, est donnée par la formule :

$$V_{EM} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\hbar c}\frac{e^2}{r/\hbar c} = \frac{\alpha}{r}(\text{en unités naturelles})$$

$$\text{car } \alpha\,(\text{cte structure fine}) = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} = \frac{1}{137}$$

V_{EM} a une expression similaire à celle de V_G, à la différence prés que la constante $\alpha_G = \frac{m^2}{M_P^2}$ varie en fonction de l'échelle de masse (ou d'énergie) m^2 . Si on admet qu'à l'échelle de Planck on observe l'unification de la gravitation avec l'électromagnétisme, c'est-à-dire $\alpha_G = \alpha$, à l'échelle subatomique (m=1 GeV) , on a :

$$\alpha_G = \frac{(1\ GeV)^2}{M_P^2}\alpha \simeq 10^{-38}\alpha \simeq 10^{-40}$$

Interaction faible

Tout comme la gravitation, l'interaction faible est caractérisée par une constante d'interaction - la constante de Fermi - qui possède une dimension :

$$G_F = 1{,}166\ \ 10^{-5}\ \text{GeV}^{-2}$$

On peut estimer l'échelle en énergie à laquelle on s'attend à rencontrer l'unification de l'interaction faible avec les forces électromagnétiques comme étant :

$$\frac{1}{\sqrt{GF}} = 293\ \ \text{GeV}\,.$$

Si on pense que α_w est voisine de α au moment de l'unification, alors pour une échelle ordinaire du GeV, on aura :

$$\alpha_w = \frac{(1\ GeV)^2}{(293\ GeV)^2}\alpha \simeq 10^{-5}\alpha \simeq 10^{-7}$$

Interaction forte

On peut montrer par divers arguments et expériences que l'interaction forte a une constante d'interaction environ 100 fois plus grande que la constante de structure fine à une échelle d'énergie de l'ordre du GeV.

En résumé

Les intensités relatives des interactions fondamentales (gravitation, faible, EM, forte) à l'échelle d'énergie du noyau (GeV), sont dans le rapport : $10^{-40}\ :\ 10^{-7}\ :\ 10^{-2}\ :\ 1$.

3.3 Les nombres quantiques conservés :

Le tableau qui suit, indique, pour les nombres quantiques qui ont été introduits dans les chapitres précédents, s'ils sont conservés dans les processus mettant en jeu les trois interactions fondamentales qui jouent un rôle en physique subatomique.

Interaction	$\mathbf{N_B}$	**L**	$\mathbf{I_f}$	$\mathbf{Y_f}$
Electromagnétique	oui	oui	oui	oui
Faible nucléaire	oui	oui*	non	non
Forte de couleur	oui	oui	oui	oui

Dans ce tableau :

- N_B est le nombre baryonique : $N_B = \frac{1}{3}\left(N_q - N_{\bar{q}}\right)$;
- L représente les nombres leptoniques ;
- I_f est l'isospin fort ;
- Y_f est l'hypercharge forte : $Y_f = N_B + C + S + B + T$ où C, S, B, T sont respectivement le charme, l'étrangeté, la beauté et la sommitalité. La charge électrique d'un hadron est reliée à ces nombres quantiques à travers la relation de Gell-Mann Nishijima : $Q = I_3 + \frac{Y_f}{2}$.

* Les nombres leptoniques ne sont pas conservés dans le phénomène d'oscillations de neutrinos .

4 Pour en savoir plus :

- Introduction à la physique subatomique : André Rougé , éditions ellipses
- Quarks and leptons : Halzen and Martin , John Wiley & Sons
- A modern introduction to Particle Physics : second edition , Fayyazuddin & Riazuddin, World Scientific

5 Exercices :

5.1 Exercice 3 : révisions de cinématique relativiste

Une particule a de masse m_a possédant une quantité de mouvement $\vec{p}$ entre en collision avec une particule b de masse m_b au repos dans le laboratoire .

- Calculer la quantité de mouvement de a et b dans le centre de masse de la collision .
- Déterminer les paramètres de la transformée de Lorentz qui permet de passer de repère du laboratoire à celui du centre de masse.

5.2 Exercice 4 : recherche d'une résonance exotique étrange (S= +1) en photoproduction sur une cible de protons

Dans tout l'énoncé de ce problème, la résonance exotique que l'on recherche sera dénommée θ . Elle porte un nombre quantique d'étrangeté S=+1 .

1) Donner la liste des mésons fondamentaux qui peuvent jouer le rôle de X dans la réaction suivante :

$$\gamma + p \;\rightarrow\; \theta + X \;, (1)$$

à ce stade , l'état de charge de θ n'est pas connu .

2) Pour chacun des mésons fondamentaux déterminés dans la question 1, donner la charge de la particule θ produite, sa projection d'isospin I3, son hypercharge et son nombre baryonique .

3) Donner les désintégrations fortes possibles des résonances θ produites dans la réaction (1) .

4) Si l'on n'observe que la résonance θ^+ , quelle pourrait-être la conclusion au sujet de l'isospin (I) de cet état exotique.

5) Si la résonance θ^+ a une masse de 1540 MeV, quelle doit être l'énergie minimale du photon dans la réaction :
$\gamma + p \;\rightarrow\; \bar{K}_0 + \theta^+$, sachant que les protons sont contenus dans une cible fixe ?

6) En remarquant qu'un baryon peut être vu comme un état fondamental d'un proton dilué dans un nuage de pions, donner une composition en quarks possible du θ^+ .

7) Tracer un diagramme de Feyman possible pour cette réaction .

5.3 Exercice 3 : moments magnétiques des baryons

Le moment magnétique d'un baryon est défini comme étant :

$$\hat{\vec{\mu}} = \sum_{i=1}^{3} \hat{\vec{\mu}}^{i}$$, où l'indice *i* court sur les trois quarks .

La théorie de Dirac prédit qu'une particule ponctuelle de spin 1/2 porte un moment magnétique donné par :

$$\hat{\vec{\mu}} = \frac{q}{m} \hat{\vec{s}} \ .$$

Les trois quarks u, d, s dont les masses sont ici choisies telles que (masses de quarks constituants) :

$$m_u = m_d = m = 333 \ \text{MeV} \ ; \ m_s = 510 \ \text{MeV} \ ,$$

possèdent alors des moments magnétiques donnés par les expressions suivantes :

$$\mu_u = \frac{2}{3}\frac{M_p}{m}\mu_0 \ ; \ \mu_d = -\frac{1}{3}\frac{M_p}{m}\mu_0 \ ; \ \mu_u = -\frac{1}{3}\frac{M_p}{m_s}\mu_0 \ ,$$

dans lesquelles $\mu_0 = \frac{q\hbar}{2 M_p}$ est le magnéton nucléaire , M_p et q la masse et la charge d'un proton .

- Déterminer le vecteur d'état de spin et de saveur d'un proton de projection de spin +1/2 .
- Sachant que :

  $$u_p = < p \, ; m = 1/2 \ | \hat{\mu}_z | \ p \, ; m = 1/2 > \ ,$$

  déterminer le moment magnétique d'un proton en fonction du magnéton nucléaire.
- En déduire le moment magnétique d'un neutron
- Même question pour un Σ^+ et un Σ^-.

5.4 Exercice 4 : Masses des baryons fondamentaux (L=0)

Dans un modèle de quarks constituants, les masses des hadrons sont données par l'expression suivante:

$$M_h = \epsilon_0 + \sum_{i=1}^{3} m_i + 4\, a m^2 < h | \sum_{i<j} \frac{\hat{\vec{s}}_i}{m_i} \cdot \frac{\hat{\vec{s}}_j}{m_j} | h > ,$$

dans laquelle :

- ϵ_0 est l'énergie de liaison qui ne dépend pas de la composition interne (symétrie SU(3)) ;
- m=333 MeV est la masse des quarks u et d , m_s=510 MeV la masse du quark s ;
- m_i est la masse du i$^{\text{ème}}$ quark entrant dans la composition du hadron h ;
- $\hat{\vec{s}}_i$ est l'opérateur de spin du i$^{\text{ème}}$ quark de h ;
- $| h >$ est le vecteur d'état de h ;
- a est un paramètre d'intensité du couplage hyperfin chromodynamique .

Le troisième terme de cette expression provient d'une interaction entre spins résultant d'un couplage chromodynamique hyperfin (<<chromomagnétisme>>).

- 1) Montrez que : $\sum_{i<j} \hat{\vec{s}}_i \cdot \hat{\vec{s}}_j = \frac{1}{2}\left(\hat{\vec{J}}^2 - \sum_{i}^{3} \hat{\vec{s}}_i^{\,2}\right)$.
- 2) Utilisez cette expression pour déterminer les masses du nucléon, du Δ et du Ω en fonction de ϵ_0 , m, m_s, a .
- 3) Les autres baryons fondamentaux comportent toujours deux quarks (1 et 2) de masses identiques, montrez que : $< \hat{\vec{s}}_1 \cdot \hat{\vec{s}}_2 > = \frac{1}{2}\left(S(S+1) - \frac{3}{2}\right)$
- 4) Déterminez l'expression de la masse des baryons : Λ, Σ, Σ^*, Ξ, Ξ^* en fonction de ϵ_0 , m, m_s, a . On notera que dans chacun de ces baryons, il existe soient deux quarks identiques soit deux quarks dans un état d'isopin 1 ou 0
- 5) Déterminer ϵ_0 et a de telle façon à reproduire au mieux le spectre des masses mesurées de ces baryons
- 6) Déterminer ϵ_0' et a' pour reproduire au mieux le spectre des mésons fondamentaux.